

## Инструкционная карта по выполнению практических занятий № 26

по предмету Математика

**Наименование работы:** Применение производной к исследованию функций.

**Цели занятия:**

- 1) образовательная: отработать навыки по вычислению производных и по применению производной к исследованию функций;
- 2) развивающая: развитие у обучающихся системы специальных предметных и общеучебных умений и навыков;
- 3) воспитательная: воспитание умений учебного труда.

**Материалы и оборудование:** инструкционная карта.

**Норма времени:** 2 часа.

**Содержание практического занятия.**

### **2 вариант**

**Задание 1.** Найдите производные функций.

- 1)  $y = x^2 - 3x$
- 2)  $y = 8x^2 - 16x + 3$
- 3)  $y = 2x^5 + 4x^3 - 7x + 1$
- 4)  $y = -3x^3 + 2x^2 - 5x - 5$
- 5)  $y = 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 6x - 4$
- 6)  $y = -3x^{-4} + 5x^{-3} - 2x^{-2} + 10$

**Задание 2.** Исследуйте функцию на монотонность и экстремум.

- 1)  $y = x^2 + 4x$
- 2)  $y = 3x^2 + 36x - 1$
- 3)  $y = 3 - 2x - x^2$
- 4)  $y = 4x^3 + 3x^2 - 18x + 12$

**Задание 3.** Исследуйте функцию на выпуклость или вогнутость и найдите точки перегиба графика функции.

- 1)  $y = x^3 - 6x^2 + 11$
- 2)  $y = 4 - 6x - x^3$
- 3)  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$
- 4)  $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10$

### **Методические указания.**

При решении задач можно пользоваться конспектами лекций по данным темам.

**Пример № 1.** Найти производную функции  $y = 3x^4 + 5x^2 - x + 23$ .

Решение: Применив формулы дифференцирования имеем:

$$y' = (3x^4 + 5x^2 - x + 23)' = 3 \cdot (x^4)' + 5 \cdot (x^2)' - x' + 23' = 3 \cdot 4x^3 + 5 \cdot 2x - 1 + 0 = 12x^3 + 10x - 1$$

**1. Алгоритм исследования функции на экстремум.**

- 1) Найти производную функции  $f(x)$ .
- 2) Найти критические точки функции, т.е. точки, в которых производная равна 0 или не существует.
- 3) Исследовать знак производной в каждом из интервалов, на которые найденные критические точки делят область определения функции  $f(x)$ . Если при переходе через критическую точку производная меняет свой знак, то функция  $f(x)$  имеет в

этой точке экстремум. Причём, максимум ( $\max$ ), если знак меняется с "+" на "-" и, минимум ( $\min$ ), если знак меняется с "-" на "+".

- 4) Найти значения функции в точках экстремума.

Решение оформляется в виде таблицы (пример):

$x$	$(-\infty; x_0)$	$x_0$	$(x_0; +\infty)$
$y$	+	0	-
$y$	$\nearrow$	$\max$	$\searrow$

## 2. Алгоритм нахождения промежутков выпуклости кривой:

- 1) Найти производные первого и второго порядков:  $f'(x)$  и  $f''(x)$ .
- 2) Найти критические точки по второй производной, т. е. точки, в которых вторая производная равна 0 или не существует.
- 3) Исследовать знак второй производной в интервалах, на которые критические точки делят область определения функции. Если в данном интервале  $f''(x) > 0$ , то график выпуклый вниз ( $\cup$ ); если  $f''(x) < 0$ , то – выпуклый вверх ( $\cap$ ).

## 3. Алгоритм нахождения точек перегиба графика функции:

- 1) Найти производные первого и второго порядков:  $f'(x)$  и  $f''(x)$ .
- 2) Найти критические точки по второй производной, т. е. точки, в которых вторая производная равна 0 или не существует.
- 3) Исследовать знак второй производной в интервалах, на которые критические точки делят область определения функции. Если  $f''(x)$  меняет свой знак при переходе через критическую точку, то эта точка является точкой перегиба графика данной функции.
- 4) Найти значения функции в точках перегиба.

Решение оформляется в виде таблицы (пример):

$x$	$(-\infty; x_0)$	$x_0$	$(x_0; +\infty)$
$y$	+	0	-
$y$	$\cup$	точка перегиба	$\cap$

### **Контрольные вопросы.**

- 1) Дайте определение производной функции.
- 2) В чём заключается геометрический и физический смысл производной первого порядка?
- 3) Дайте определение производной второго порядка.
- 4) В чём заключается геометрический и физический смысл производной второго порядка?
- 5) Каким образом возрастание и убывание функции зависит от знака производной?
- 6) Что такое экстремум функции?
- 7) Каким образом выпуклость/вогнутость графика функции зависит от знака второй производной?

### **Отчёт по ПЗ № 26**

1. Сделайте вывод по проделанной работе (что узнали нового, чему научились и т. п.)

2. **Выполненное ПЗ № 26 отправляется на проверку преподавателю**

**Кузнецовой Л.В. на адрес: [ludmilakuz30@gmail.com](mailto:ludmilakuz30@gmail.com)**

